όπου το ισοδύναμο μήκος του απλού εκκρεμούς θα είναι: $l = 2R$.

Στροφικό Εκκρεμές

Το στροφικό εκκρεμές αποτελείται από ένα σώμα που κρέμεται από ένα σύρμα το οποίο περνάει από το κέντρο μάζας του. Όταν το σώμα περιστραφεί κατά γωνία θ από τη θέση ισορροπίας του, το σύρμα παραμορφώνεται και εξασκεί ροπή στρέψης $\tau = -\kappa\theta$ στο σώμα. Στη σχέση αυτή το κ είναι ο συντελεστής στρέψης του σύρματος. Αν I **η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς έναν κύριο άξονά του**, η εξίσωση κίνησης του συστήματος και τελικά η περίοδός του θα είναι:

$$\begin{gathered} I\frac{d^2\theta}{dt^2} + \kappa\theta = 0 \Longleftrightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\kappa}{I}\theta = 0 \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}} \end{gathered} \tag{2.79}$$

Φθίνουσα Ταλάντωση

Αν στο σώμα δρα μια δύναμη απόσβεσης της μορφής $F = -bv$, όπου v η ταχύτητα του σώματος, η διαφορική εξίσωση του φαινομένου μετατρέπεται σε:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + Dy = 0 \tag{2.80}$$

όπου και αυτή λύνεται με την ίδια μέθοδο όπως και η προηγούμενη. Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο και οι λύσεις του θα είναι:

$$\lambda^2 + \frac{b}{m}\lambda + \frac{D}{m} = 0 \Longleftrightarrow \lambda_{1,2} = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{(\frac{b}{2m})^2 - \frac{D}{m}} \tag{2.81}$$

Θέτοντας $\gamma = \dfrac{b}{2m}$ και $\omega_0^2 = \dfrac{D}{m}$ έχουμε ότι η λύση του χαρακτηριστικού πολυωνύμου είναι:

$$\lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \tag{2.82}$$

Η εξίσωση τότε της ταλάντωσης ϑα είναι

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2} + bl\frac{d\theta}{dt} + mg\theta = 0 \Longleftrightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l}\theta = 0 \Longleftrightarrow$$
$$\theta(t) = Ae^{-\gamma t}cos(\omega_1 t + \phi)$$

όπου $\gamma = \dfrac{b}{2m}$, $\omega_0^2 = \dfrac{g}{l}$ και $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$. Η περίοδος ϑα δίνεται από τη σχέση $T_1 = \dfrac{2\pi}{\omega_1}$, ενώ το πλάτος ϑα είναι $A_1 = Ae^{-\gamma t}$.

Εξαναγκασμένη Ταλάντωση - Συντονισμός

Ο εξαναγκασμένος αρμονικός ταλαντωτής είναι ένα σύστημα που αναγκάζεται να εκτελέσει αρμονική ταλάντωση εξ' αιτίας μιας εξωτερικής αρμονικής δύναμης. Η ταλάντωση αυτή έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

(1) Στη μόνιμη κατάσταση η περίοδος των ταλαντώσεων είναι ίση με την περίοδο της εξωτερικής αρμονικής δύναμης (δηλ. του διεγέρτη).

(2) Η διαφορική εξίσωση της κίνησης είναι:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + Dy = F_0cos\omega t \tag{2.86}$$

(3) Το μέγιστο πλάτος εμφανίζεται σε συχνότητα $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \dfrac{1}{2\tau^2}}$, όπου ω_0 είναι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος και $\tau = \dfrac{m}{b}$.

(4) Η λύση είναι της μορφής:

$$y = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \dfrac{\omega^2}{\tau^2}}}\sin(\omega t - a) \tag{2.87}$$

όπου $\tan a = \dfrac{m(\omega^2 - \omega_0^2)}{\omega b}$.