Λυση

Από τη διατήρηση της ενέργειας $\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$ προκύπτει εύκολα ότι σωστή απάντηση είναι η δ).

Θέμα-2007-29

Ολίσθηση με Τριβή

Δύο πανομοιότυπα σώματα (1) και (2) μάζας m και σχήματος παραλληλεπίπέδου ολισθαίνουν πάνω σε δύο διαφορετικά οριζόντια επίπεδα με συντελεστές τριβής ολίσθησης μ_1 και μ_2 αντίστοιχα για τους οποίους ισχύει $mu_1 = 2\mu_2$. Αν την αρχική χρονική στιγμή τα δύο σώματα ξεκινούν με αρχικές ταχύτητες v_{01} και v_{02} αντίστοιχα και ισχύει $v_{01} = 2v_{02}$ τότε ο λόγος των αποστάσεων s_1 και s_2 που διανύουν τα σώματα (1) και (2) αντίστοιχα μέχρι να σταματήσουν θα είναι:

α) $\frac{s_1}{s_2} = 2$ β) $\frac{s_1}{s_2} = \frac{1}{2}$

γ)) $\frac{s_1}{s_2} = 4$ δ)) $\frac{s_1}{s_2} = \frac{1}{4}$

Λυση

Θα μπορούσαμε να λύσουμε την άσκηση και αναλυτικά όμως στον διαγωνισμό του ΑΣΕΠ δεν έχουμε αυτό το χρόνο. Γι αυτό και εδώ θα δώσουμε μια γρήγορη και κάπως *διασθητική* λύση. Εφόσων ο συντελεστής τριβής του πρώτου σώματος είναι διπλάσιος από αυτόν του δεύτερου η τριβή που θα δέχεται τοπρώτο σώμα θα είναι διπλάσια από αυτή που θα δέχεται το δεύτερο και συνεπώς και το έργο της ανά μονάδα μήκους θα είναι διπλάσιο. Όμως η κινητική ενέργεια του πρώτου σώματος επιεδή η ταχύτητα του θα είναι διπλάσια από αυτή του δεύτερου θα είναι τετραπλάσια από αυτή του δευτέρου. Επομένως η τριβή θα χρειάζεται διπλάσιο διάστημα για να τη μηδενίσει και σωστή είναι η απάντηση α).

Θέμα-2007-30

Κυματοσυναρτήσεις Απειρόβαθου Πηγαδιού

Η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου που κινείται σ' ένα μονοδιάστατο πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους και πλάτους L δίνεται από τη σχέση:

$$\Psi(x) = A\sin\frac{n\pi x}{L} + B\cos\frac{n\pi x}{L}$$

Οι τιμές των σταθερών A και B είναι:

α) $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$, $B = \sqrt{\frac{2}{L}}$. β) $A = 0$, $B = \sqrt{\frac{2}{L}}$.

γ) $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$, $B = 0$. δ) $A = \sqrt{\frac{1}{L}}$, $B = \sqrt{\frac{1}{L}}$.

Λυση

Ένα σωματίδιο μέσα σε ένα πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους θα ικανοποιεί την μονοδιάσταστη και χρονοανεξάρτητη εξίσωση του Schrödinger:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial^2 x} + V(x,t)\right]\Psi(x,t) = E\Psi(x,t)$$

Στα όρια του πηγαδιού θα πρέπει η κυματοσυνάρτηση $\Psi(x)$ να μηδενίζεται καθώς το πηγάδι έχει άπειρο βάθος και δεν δικαιολογείται διείσδυση της κυματοσυνάρτησης στην κλασικά απαγορευμένη περιοχή. Και σε αυτό ακριβώς το σημείο εμφανίζεται το πρόβλημα που υπάρχει στο θέμα. Δεν δίνονται τα όρια του πηγαδιού.

(1) Το πηγάδι εκτείνεται ανάμεσα στα $0 \leq x \leq L$. Δεχόμαστε μια λύση της μορφής που δίνει το πρόβλημα

$$\Psi(x) = A \sin \frac{n\pi x}{L} + B \cos \frac{n\pi x}{L}$$

με $\Psi(0) = 0$ και $\Psi(L) = 0$. την οποία αντικαθιστούμε στην μονοδιάστατη και χρονοανεξάρτητη εξίσωση του Schrödinger. Σε αυτή την περίπτωση καταλήγουμε ότι η λύση είναι

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

Επομένως σε αυτή την περίπτωση σωστή απάντηση είναι η β).

(2) Το πηγάδι εκτείνεται ανάμεσα στα $-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$. Δεχόμαστε μια λύση της μορφής που δίνει το πρόβλημα

$$\Psi(x) = A \sin \frac{n\pi x}{L} + B \cos \frac{n\pi x}{L}$$

με $\Psi(-\frac{L}{2}) = 0$ και $\Psi(\frac{L}{2}) = 0$ την οποία αντικαθιστούμε στην μονοδιάστατη και χρονοανεξάρτητη εξίσωση του Schrödinger. Σε αυτή την περίπτωση η λύση είναι για άρτια n

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

και για περιττά n

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos \frac{n\pi x}{L}$$

Σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει σωστή λύση καθώς οι σταθερές αλλάζουν ανάλογα με το αν το n είναι άρτιο ή περιττό. Αν πραγματοποιήσουμε το μετασχηματισμό $x = x + \frac{L}{2}$ τότε επιστρέφουμε στη λύση της πρώτης περίπτωσης. Θα έπρεπε λοιπόν το θέμα να ορίζει ξεκάθαρα τα όρια του x.

Θέμα-2007-31

Μεταβολή Εντροπίας Νερού

Η μεταβολή της εντροπίας μιας ποσότητας νερού μάζας m και ειδικής θερμότητας c όταν θερμαίνεται από την αρχική θερμοκρασία T_1 στην τελική θερμοκρασία T_2 είναι:

α) $mc \ln \frac{T_2}{T_1}$ β) $mc\frac{T_2}{T_1}$

γ)) $mc\frac{T_2 - T_1}{T_1}$ δ)) $mc\frac{T_1 - T_2}{T_2}$

Λυση

Από τη σχέση για τη μεταβολή της εντροπίας του Δεύτερου Τόμου

$$\Delta S = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$