Παρατηρηση: Οι εξισώσεις 1.50 ισχύουν όταν δεχτούμε ότι στην αρχή των αξόνων έχουμε το σημείο ανάκλασης (δηλαδή για $x = 0$ έχουμε δεσμό). Στην αντίθετη περίπτωση (όταν στη θέση $x = 0$ έχουμε κοιλία) οι εξισώσεις αντιστρέφονται και γίνονται:

$$\begin{bmatrix} Y_0 = 2y_0 \Longleftrightarrow x = \dfrac{\nu\lambda}{2} \\ \\ Y_0 = 0 \Longleftrightarrow x = (2\nu + 1)\dfrac{\lambda}{4} \end{bmatrix} \tag{1.51}$$

Παράδειγμα 1.15

Στάσιμα Κύματα

Αν σε μια χορδή διαδίδονται τα εξής δύο κύματα:

$$y_1 = 0.3\sin(3\pi t - 10x)$$
$$y_1 = 0.3\sin(3\pi t + 10x)$$

Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που έχει ένα σημείο στη θέση $x = 0.75\ m$.

Λυση

Στη χορδή διαδίδονται δύο όμοια κύματα με αντίθετες κατευθύνσεις. Επομένως θα εμφανίζονται στάσιμα κύματα. Από τη 1.48 έχουμε ότι $k = 10\ m^{-1}$ και $\omega = 3\pi\ rad/s$. Από τη 1.48 έχουμε πως το πλάτος της συνιστάμενης αρμονικής ταλάντωσης Y_0 θα είναι:

$$\begin{bmatrix} y = 2y_0 \sin kx \cos\omega t \\ \\ y = Y_0 \cos\omega t \end{bmatrix} \Longleftrightarrow Y_0 = |2y_0 \sin kx| = |0.6 \sin 7.5| = 0.6m \tag{1.52}$$

Στο προηγούμενο αποτέλεσμα λάβαμε υπόψιν μας το γεγονός πως το **πλάτος μιας ταλάντωσης είναι πάντα θετική ποσότητα**.

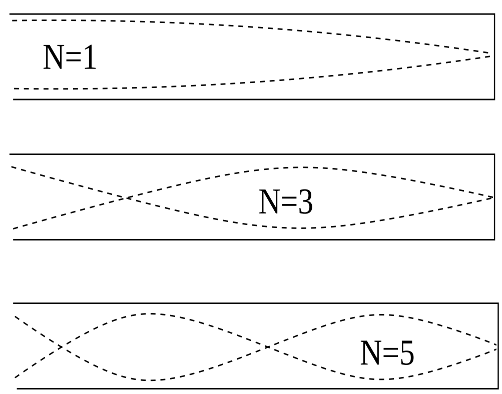
Εφαρμογές σε Χορδές, Επιφάνειες και Ηχητικούς Σωλήνες

Οι συσκευές παραγωγής ήχων είναι συνήθως οι χορδές και οι ηχητικοί σωλήνες. Οι ηχητικοί σωλήνες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, στους ανοικτούς και στους κλειστούς.

Στους **κλειστούς ηχητικούς σωλήνες** το ένα ακρο τους είναι κλειστό, ενώ το άλλο επικοινωνεί με την ατμόσφαιρα. Στο εσωτερικό τους σχηματίζονται στάσιμα κύματα με δεσμό στο κλειστό άκρο και κοιλία στο ανοικτό. Η εξίσωση που συνδέει το μήκος του σωλήνα L με το μήκος κύματος του ήχου λ είναι:

$$L = N\frac{\lambda}{4} \tag{1.53}$$

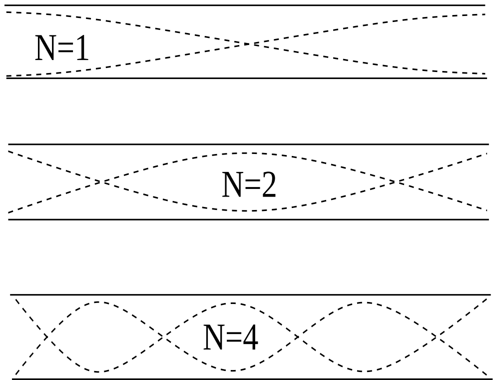
όπου N ακέραιος περιττός.



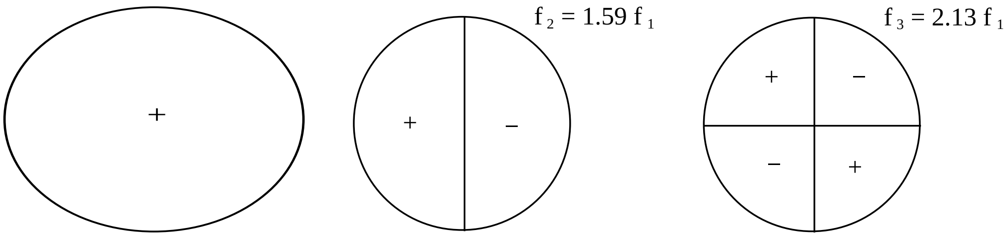
Στους **ανοικτούς ηχητικούς σωλήνες** και τα δύο άκρα τους επικοινωνούν με την ατμόσφαιρα. Στο εσωτερικό τους σχηματίζονται στάσιμα κύματα με κοιλίες και στα δύο άκρα. Η εξίσωση που συνδέει το μήκος του σωλήνα L με το μήκος κύματος του ήχου λ είναι:

$$L = N\frac{\lambda}{2} \qquad (1.54)$$

όπου N ακέραιος.



Στην περίπτωση ταλάντωσης μεμβρανών με την περίφέρεια τους στερεωμένη (όπως στα τύμπανα) η κατάσταση είναι διαφορετική. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζουμε τους 3 πρώτους τρόπους ταλάντωσης. Η περιοχή με το θετικό πρόσημο είναι εξογκωμένη ενώ η περιοχή με το αρνητικό πρόσημο είναι βυθισμένη. Οι **γραμμές είναι οι δεσμοί** της κατάστασης.



Παρατηρηση: Μια πολύ σημαντική παρατήρηση για τις ταλαντευόμενες μεμβράνες είναι ότι **οι συχνότητες των τρόπων ταλάντωσης δεν είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας θεμελιώδους**. Και αυτός είναι ο λόγος που οι μεμβράνες δεν πολυχρησιμοποιούνται στην κατασκευή μουσικών οργάνων.

Παράδειγμα 1.16

Στάσιμα Κύματα σε Επιφάνειες

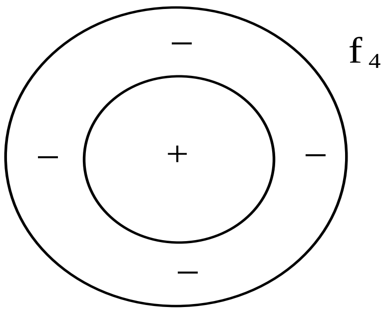
Ο λόγος της συχνότητας της ταλάντωσης τέταρτης τάξης μιας μεμβράνης προς τη θεμελιώδη είναι:

α) 4 Hz β) 2 Hz

γ) 2.13 Hz δ) 2.30 Hz

Λυση

Η ταλάντωση τέταρτης τάξης μιας μεβράνης στερεωμένης στα άκρα της δίνεται στο διπλανό σχήμα. Όπως αναφέραμε και στην Παρατήρηση στην περίπτωση των μεμβρανών οι συχνότητες δεν είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους. Και επειδή η συχνότητα $f = 2.13 Hz$ εμφανίζεται στην ταλάντωση τρίτης τάξης σωστή είναι η απάντηση δ).



Είναι πολύ ενδιαφέρουσα η μορφή αυτής της κατάστασης καθώς οι δεσμοί είναι ουσιαστικά δύο κύκλοι (ο ένας η περιφέρεια της μεμβράνης).