

Η λύση θα είναι:

$$v = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

Και αντικαθιστώντας το v στη σχέση:

$$m(v_0 - v) = h\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0}\right)$$

υπολογίζουμε και το τελικό μήκος κύματος του φωτονίου.

Πρόβλημα 3.11 Αν η απροσδιοριστία στη θέση ενός σωματίδιου είναι ίση με το διπλάσιο του αντίστοιχου μήκους κύματος De Broglie, να βρεθεί η απροσδιοριστία της ταχύτητάς του.

ΛΥΣΗ

Από τις σχέσεις 3.33, 3.63 και τον ορισμό της ορμής έχουμε ότι:

$$\left[\begin{array}{l} p = mv \\ p = \frac{h}{\lambda} \\ (\Delta x)(\Delta p) \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta x = 2\lambda \end{array} \right] \iff \left[\begin{array}{l} p = mv \\ \lambda = \frac{h}{p} \\ 2\frac{h}{p}(\Delta p) \geq \frac{\hbar}{2} \end{array} \right] \iff$$

$$\Delta p \geq \frac{p}{8\pi} \iff \Delta v \geq \frac{v}{8\pi}$$

Πρόβλημα 3.12 Έστω ένα άτομο He με τα ηλεκτρόνια του να βρίσκονται στην κατάσταση $1s3d$. Να παρασταθούν σχηματικά οι ενεργειακές του στάθμες αν λαμβάνουμε υπ' όψιν μας:

- αρχικά μόνο την αλληλεπίδραση Coulomb.
- τις αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα ηλεκτρόνια.
- τη σύνδεση της τροχιακής στροφορμής με το spin.
- την ύπαρξη ενός μαγνητικού πεδίου.

ΛΥΣΗ

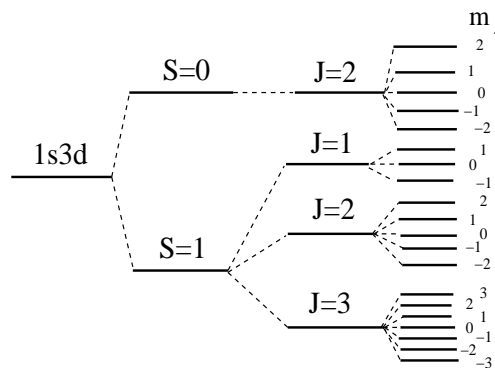
Στο άτομο του Ηλίου έχουμε 2 ηλεκτρόνια. Επομένως δεν μπορεί να θεωρηθεί υδρογονοειδές. Η θεμελιώδης κατάσταση του είναι αυτή στην οποία και τα 2

ηλεκτρόνια του καταλαμβάνουν το ίδιο τροχιακό $n = 0, l = 0$ (το τροχιακό αυτό συμβολίζεται σαν $1s$). Η κατάσταση αυτή συμβολίζεται σαν $1s^2$ και έχει ολική στροφορμή μηδέν.

Στο ήλιο παρουσιάζεται το εξής πολύ ενδιαφέρον χαρακτηριστικό. Η ενέργεια που απαιτείται για να διεγερθούν και τα 2 ηλεκτρόνια του είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια ιονισμού του ενός ηλεκτρονίου του. Επομένως όλες οι δυνατές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να υπάρξει είναι αυτές στις οποίες το ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται στη θεμελιώδη στάθμη του και το δεύτερο σε μια διεγερμένη. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα μας δίνεται ότι η ενεργειακή κατάσταση του ατόμου είναι η $1s3d$. Δηλαδή το ένα ηλεκτρόνιο είναι στη θεμελιώδη κατάσταση με $n_1 = 1, l_1 = 0$ ενώ το δεύτερο ηλεκτρόνιο είναι στη δεύτερη διεγερμένη $n_2 = 2, l_2 = 2$ (με τροχιακό $3d$).

Αν λάβουμε υπ' όψιν μας μόνο την αλληλεπίδραση Coulomb, τότε η κβάντωση της ενέργειας χαρακτηρίζεται μόνο από την κατάσταση $n_1 l_1 n_2 l_2$ (στην περίπτωση μας την $1s3d$) και όλες οι καταστάσεις που οφείλονται στους άλλους κβαντικούς αριθμούς είναι εκφυλισμένες. Λαμβάνοντας υπ' όψιν τις αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα ηλεκτρόνια η εκφυλισμένη κατάσταση σπάει σε δύο καταστάσεις με διαφορετικό spin.

Συνεχίζοντας έχουμε και άλλη μια άρση του εκφυλισμού καθώς συνδέουμε την τροχιακή στροφορμή με το spin (3.102). Και τελικά το μαγνητικό πεδίο σπάει και τις προηγούμενες καταστάσεις (3.102). Επομένως ένα σχηματικό διάγραμμα που απεικονίζει τις ενεργειακές στάθμες σε όλες αυτές τις περιπτώσεις είναι το διπλανό.



Πρόβλημα 3.13 Αρμονικός μονοδιάστατος ταλαντωτής μάζας m και συχνότητας f βρίσκεται στη θεμελιώδη του στάθμη. Ποια είναι τα κλασικά όρια της κίνησής του και ποια η κβαντομηχανική πιθανότητα να βρίσκεται μέσα σε αυτά τα κλασικά όρια;

ΛΥΣΗ

Η ενέργεια του κβαντικού αρμονικού ταλαντωτή στη θεμελιώδη στάθμη του