

Ο Newton ξεκινώντας από τους 3 παραπάνω νόμους διατύπωσε το νόμο της Παγκόσμιας Έλξης: Η βαρυτική αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων είναι μια ελκτική κεντρική δύναμη ανάλογη με τις μάζες των σωμάτων και αντιστρόφως ανάλογη με το τετράγωνο της απόστασης που χωρίζει τα κέντρα των δύο σωμάτων. Ο νόμος της Παγκόσμιας Έλξης που ισχύει για σημειακά ή σφαιρικά σώματα γράφεται σε διανυσματική μορφή:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} \quad (2.93)$$

Πεδίο Βαρύτητας

Ορίζουμε σαν βαρυτικό πεδίο το χώρο στον οποίο αν τοποθετηθεί κατάλληλο υπόθεμα (δηλαδή μάζα), αυτό θα δεχθεί μια βαρυτική δύναμη. Το μέγεθος που χαρακτηρίζει το βαρυτικό πεδίο είναι η έντασή του. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου σε ένα σημείο ορίζεται από τη σχέση:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (2.94)$$

όπου \vec{F} είναι η δύναμη που δέχεται μια μάζα m η οποία τοποθετείται σε αυτό το σημείο. Από τον Πρώτο Νόμο του Newton γνωρίζουμε πως ο λόγος της δύναμης προς τη μάζα είναι η επιτάχυνση του σώματος. Γι' αυτό και η ένταση του πεδίου βαρύτητας ταυτίζεται με την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Για ένα σύστημα N μαζών ισχύει η αρχή της επαλληλίας:

$$\vec{g} = \sum_i^N \vec{g}_i \quad (2.95)$$

όπου \vec{g}_i είναι το βαρυτικό πεδίο που δημιουργεί στο συγκεκριμένο σημείο η m_i . Το βαρυτικό πεδίο έχει πάντα κατεύθυνση προς την πηγή του.

Το βαρυτικό πεδίο είναι αστρόβιλο, επομένως είναι συντηρητικό και είναι δυνατός ο ορισμός μιας συνάρτησης δυναμικού και δυναμικής ενέργειας. Η συνάρτηση του βαρυτικού δυναμικού V ορίζεται σαν

$$\vec{g} = -\vec{\nabla} V \quad (2.96)$$

Η σχέση 2.96 για μονοδιάστατα προβλήματα μπορεί να γραφτεί με ολοκληρωτική μορφή σαν

$$g = -\frac{dV}{dr} \iff V = -\int_r^\infty g dr \iff V = \int_\infty^r g dr \quad (2.97)$$

όπου r η μεταβλητή της θέσης.

με αυτά που παράγει ένα σώμα της ίδιας μάζας τοποθετημένο στο κέντρο της σφαίρας.

Από τις 2.93, 2.94 και 2.96 έχουμε για τα μεγέθη του βαρυτικού πεδίου που προέρχεται από σημειακά ή σφαιρικά σώματα σε ένα σημείο του χώρου που απέχει r από την πηγή M του πεδίου:

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^3} \vec{r} \quad (2.103)$$

$$V = -G \frac{M}{r} \quad (2.104)$$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος πηγής M και υποθέματος m θα είναι:

$$U = -G \frac{Mm}{r} \quad (2.105)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Το **αρνητικό πρόσημο** στη δυναμική ενέργεια σημαίνει ότι η βαρυτική αλληλεπίδραση μεταξύ δύο μαζών είναι **ελκτική**.

Ο Νόμος της Παγκόσμιας Έλξης εξήγησε τις τροχιές των πλανητών. Η ενέργεια E μιας τροχιάς συνδέεται με την εκκεντρότητα ϵ της τροχιάς και τη στροφορμή L με τη σχέση:

$$E = \frac{L^2}{2d^2m} \left[1 - \frac{1}{\epsilon^2} \right] \quad (2.106)$$

Ένα σώμα μπορεί μέσα σε ένα κεντρικό βαρυτικό πεδίο ανάλογα με την ενέργειά του να εκτελέσει τις εξής τροχιές:

Ενέργεια	$E < 0$	$E = 0$	$E > 0$
Εκκεντρότητα	$\epsilon < 1$	$\epsilon = 1$	$\epsilon > 1$
Είδος Τροχιάς	Έλλειψη	Παραβολή	Υπερβολή

Πίνακας 2.2: Τροχιές σε Βαρυτικό Πεδίο

Ορίζουμε σαν εκκεντρότητα μιας καμπύλης το πηλίκο της απόστασης ενός σημείου από την εστία της καμπύλης προς την απόσταση του σημείου αυτού από μια σταθερή ευθεία.